

偏置正交弧线齿面齿轮齿面设计及根切研究

高凌锋, 冯占荣, 熊光劲, 罗 超
(南昌航空大学 航空制造工程学院, 南昌 330063)

摘 要: 为拓宽面齿轮的应用空间,结合面齿轮与弧线齿的特点,提出了偏置正交弧线齿面齿轮。根据坐标变换规律及啮合原理推导了全齿面的方程,并在 Matlab 软件中建立了全齿面模型。结合齿面模型及根切原理,利用 Matlab 软件编程计算了齿面根切的位置。借助 CATIA 软件二次开发进行仿真切齿试验,验证了计算的正确性。探究了各参数对最小内半径的影响,结果表明:坐标系距离与最小内半径呈负相关,刀具圆弧半径、偏置距离及模数都与最小内半径呈正相关,其中模数对根切位置影响最大。最后计算了顶尖位置,通过最大外半径与最小内半径之差确定了面齿轮的最大齿宽。

关 键 词: 偏置正交; 弧线齿; 面齿轮; 根切研究; CATIA 仿真切齿; 最小内半径

中图分类号: V228.5

文献标志码: A

Tooth surface design and undercutting research of offset orthogonal arc tooth face gear

GAO Lingfeng, FENG Zhanrong, XIONG Guangjin, LUO Chao

(School of Aeronautical Manufacturing Engineering,
Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China)

Abstract: For the purpose of expanding the application range of face gear, a new design of offset orthogonal arc tooth face gear was proposed by combining the characteristics of both face gear and arc tooth. The equations of full tooth surfaces were derived, and the visualization of tooth surfaces was realized in Matlab. Based on the mathematical model and the undercutting theory, the undercutting location of the gear was calculated. Result was confirmed by the simulation experiment using CATIA secondary development. Several factors influencing with the minimum inner radius were studied. The research showed that: while the positional parameter had a small negative influence on the minimum inner radius, the radius of the gear cutter and the offset distance both had positive influence on it. When the module of gear increased, the inner radius increased greatly. In the end, the location of the tooth tipping point was confirmed and the tooth width of face gear was calculated.

Key words: offset orthogonal; arc tooth; face gear; undercutting research;
CATIA simulation of gear cutting; minimum inner radius

面齿轮副由圆柱齿轮和面齿轮共同构成。相较于传统圆柱齿轮传动,面齿轮副具有质量小、传动稳定、噪声低、分流性能强等诸多优点,因此被广泛应用于航空航天领域。国外对于面齿轮研究

收稿日期:2021-04-14

基金项目:江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ160701)

作者简介:高凌锋(1995—),男,硕士生,主要研究方向为机械设计及制造。

引用格式:高凌锋,冯占荣,熊光劲,等. 偏置正交弧线齿面齿轮齿面设计及根切研究[J]. 航空动力学报,2022,37(4):869-876. GAO Lingfeng, FENG Zhanrong, XIONG Guangjin, et al. Tooth surface design and undercutting research of offset orthogonal arc tooth face gear[J]. Journal of Aerospace Power, 2022, 37(4):869-876.

起步较早, Litvin 教授及其团队^[1-2]率先开始了对面齿轮的研究并取得了一系列建设性成果。而国内学者到 90 年代末才开始逐渐注意到面齿轮的优点。南京航空航天大学的朱如鹏教授团队^[3-5]为我国的面齿轮研究奠定了坚实基础。在其之后, 更多的学者在齿面修形、啮合分析、振动特性^[6-8]等诸多方面取得了研究成果, 同时也有更多的齿形被设计出来^[9-10]。然而这些研究大都针对两齿轮轴线相交的情况, 对于小齿轮施加一定偏置距离的偏置传动形式, 目前可见的研究较少。付学中等^[11]采用碟形砂轮磨齿展成了偏置面齿轮, 徐伟俊等^[12]研究了与圆柱型蜗杆啮合的偏置曲线齿面齿轮, 李大庆等^[13]探讨了偏置斜齿面齿轮的齿面设计。

偏置面齿轮副是一种将小齿轮偏离面齿轮中心一定距离的传动形式, 可以拓展面齿轮应用空间, 提高设计的多样性。本文提出一种偏置弧线齿面齿轮, 以弧线齿圆柱齿轮^[14]为假想刀具, 通过包络法展成了面齿轮齿面, 并利用 Matlab 软件编程建立了齿面模型。再根据齿宽限制条件, 计算了偏置面齿轮的根切极限点, 并探究了各参数对根切位置的影响。

1 偏置弧线齿面齿轮齿面方程推导

1.1 弧线齿圆柱齿轮齿面方程

图 1 为圆柱齿轮坐标系, 其中 R_1 为节圆半径, b 为齿轮齿宽, 其齿槽呈现圆弧形, L 为齿槽对称线。坐标系 $O_s-x_s y_s z_s$ 建立在中间截面上, 坐标系 $O_h-x_h y_h z_h$ 是将其沿轴向移动 h 并绕 z 轴旋转 β 角度得到的。

图 2 为圆柱齿轮横截面图, R_b 为基圆半径, θ_s

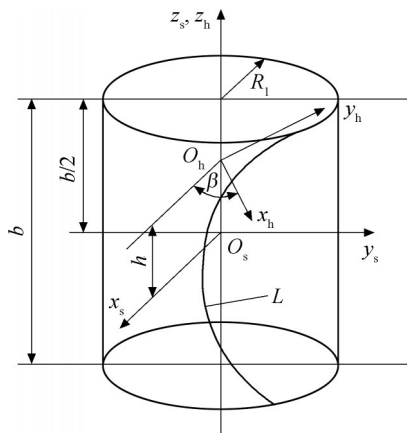


图 1 圆柱齿轮坐标系

Fig.1 Cylindrical gear coordinate system

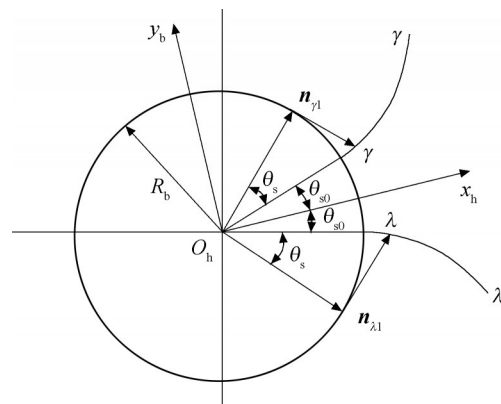


图 2 横截面坐标系

Fig.2 Cross-sectional coordinate system

为渐开线上一点的角度参数, θ_{s0} 为渐开线起始点的初始角度, λ 、 γ 为两条对称的渐开线, $n_{\lambda 1}$ 、 $n_{\gamma 1}$ 则分别为渐开线上对应的法向量。

图 3 为齿线展开图, L 为标准圆弧, 刀具圆弧半径为 R_t 。

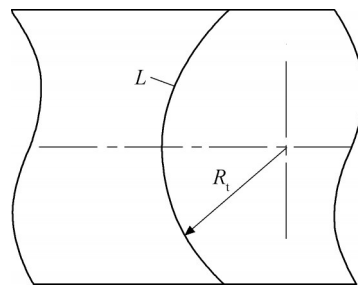


图 3 齿线展开图

Fig.3 Unfolded drawing of tooth trace

根据几何关系可得

$$\beta = (R_t - \sqrt{R_t^2 - h^2}) / R_1 \quad (1)$$

渐开线齿廓方程为

$$\mathbf{r}_h(\theta_s) = (x_h, y_h, z_h, t)^T = \begin{bmatrix} R_b [\cos(\theta_{s0} + \theta_s) + \theta_s \sin(\theta_{s0} + \theta_s)] \\ \pm R_b [\sin(\theta_{s0} + \theta_s) - \theta_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s)] \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

而由坐标系 $O_h-x_h y_h z_h$ 转化到坐标系 $O_s-x_s y_s z_s$ 的坐标变换矩阵为

$$\mathbf{M}_{sh} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

故圆柱齿轮刀具在面齿轮坐标系中的齿面方程为

$$\mathbf{r}_s(r_x, r_y, r_z, t)^T = \mathbf{M}_{sh} \mathbf{r}_h \quad (4)$$

而该齿面的法向量为

$$\mathbf{n} = \frac{\partial \mathbf{r}_s}{\partial \theta_s} \times \frac{\partial \mathbf{r}_s}{\partial h} = \pm R_b \theta_s \sin(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) \mathbf{i} - R_b \theta_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) \mathbf{j} + R_b^2 \theta_s \frac{\partial \beta}{\partial h} \mathbf{k} \quad (5)$$

1.2 弧线齿面齿轮齿面方程

图4为偏置正交面齿轮副坐标系,其中 $O_0-x_0y_0z_0$ 为圆柱齿轮静坐标系, $O_s-x_sy_s z_s$ 随圆柱齿轮转动,其转角为 φ_s , $O_m-x_my_m z_m$ 为面齿轮静坐标系, $O_2-x_2y_2z_2$ 随面齿轮转动,其转角为 φ_2 。 L_0 为两齿轮中心在 z_0 方向上的距离, E 为两齿轮中心在 y_m 方向上的距离,即圆柱齿轮的偏置距离。

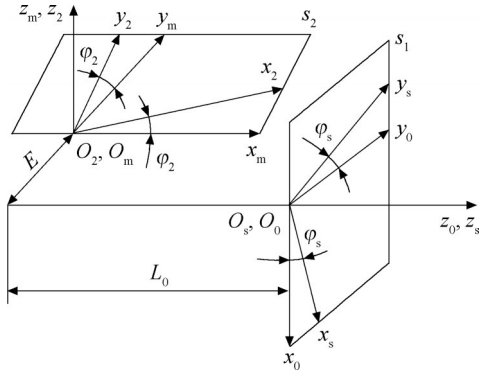


图4 偏置正交面齿轮副坐标系

Fig.4 Coordinate system of offset orthogonal face-gears

图4中各坐标系之间的转换关系如下:

$$\mathbf{M}_{0,s} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_s & -\sin \varphi_s & 0 & 0 \\ \sin \varphi_s & \cos \varphi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{m,0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & L_0 \\ 0 & 1 & 0 & -E \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{2,m} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{2,s} = \mathbf{M}_{2,m} \cdot \mathbf{M}_{m,0} \cdot \mathbf{M}_{0,s} \quad (6)$$

再根据齿轮啮合关系可得

$$\begin{aligned} \omega_s &= \omega_s \cdot \mathbf{k}_s \\ \omega_2 &= \omega_2 \cdot \mathbf{k}_2 \\ q_{2s} &= \frac{N_s}{N_2} = \frac{\varphi_2}{\varphi_s} = \frac{\omega_2}{\omega_s} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 ω_s 为圆柱齿轮角速度; ω_2 为面齿轮角速度;

N_s 为圆柱齿轮齿数; N_2 为面齿轮齿数; q_{2s} 为传动比。

由于圆柱齿轮与面齿轮啮合形式为点啮合,设啮合点随圆柱齿轮转动速度为 v_s ,随面齿轮转动速度为 v_2 ,则圆柱齿轮与面齿轮公共啮合点的相对速度为

$$\mathbf{v}^{(s,2)} = (\omega_s - \omega_2) \times \mathbf{r}_s - (E\mathbf{j}_s - L_0\mathbf{k}_s) \times \omega_2 = (\mathbf{v}_x^{(s,2)}, \mathbf{v}_y^{(s,2)}, \mathbf{v}_z^{(s,2)})^T \quad (8)$$

根据啮合原理,将式(5)、式(6)相乘即可得到偏置正交面齿轮啮合方程

$$f(\theta_s, h, \varphi_s) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = I \sin \varphi_s + J \cos \varphi_s - K = 0 \quad (9)$$

其中

$$\begin{aligned} I &= \mp q_{2s} (L_0 + z_s) \sin(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) + q_{2s} x_s R_b \frac{\partial \beta}{\partial h} \\ J &= q_{2s} (L_0 + z_s) \cos(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) + q_{2s} (y_s - E) R_b \frac{\partial \beta}{\partial h} \\ K &= x_s \cos(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) \pm y_s \sin(\theta_{s0} + \theta_s \pm \beta) \end{aligned} \quad (10)$$

故啮合方程可简化为

$$\begin{aligned} \sqrt{I^2 + J^2} \sin(\varphi_s + \phi) &= K \\ \varphi_s &= \arcsin\left(\frac{K}{\sqrt{I^2 + J^2}}\right) - \phi \\ \phi &= \arctan \frac{J}{I} \end{aligned} \quad (11)$$

将啮合方程(式(9))与 $\mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{2s} \mathbf{r}_s$ 联立可得偏置面齿轮工作齿面方程

$$\begin{cases} f(\theta_s, h, \varphi_s) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \\ \mathbf{r}_2 = \mathbf{M}_{2s} \mathbf{r}_s \end{cases} \quad (12)$$

由于面齿轮的过渡曲面是由刀具齿顶平面切削形成的,所以用齿顶处的角度参数 θ_s^* 代替 θ_s 即可得过渡齿面方程,即式(13),式中 R_a 、 R_b 分别为刀具齿轮齿顶圆半径、基圆半径。

$$\mathbf{r}_2^*(\theta_s^*, h, \varphi_s) = \begin{cases} \mathbf{r}_2(\theta_s, h, \varphi_s) = \mathbf{M}_{2s} \mathbf{r}_s \\ \theta_s^* = \frac{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}}{R_b} \end{cases} \quad (13)$$

1.3 偏置正交弧线齿面齿轮齿面模型

面齿轮的齿面方程中有 θ_s 、 h 、 φ_s 三个参数,根据式(9)~式(11)可得出他们之间的相互关系,在Matlab中可任取两个作为离散化变量^[15]。此处将 φ_s 设为未知量,分别取 $\theta_s^*/200$ 和0.5作为 θ_s 和 h 的步长,其余各项参数取值如表1中所示。

图5~图7分别为各自齿面方程在Matlab中

表 1 偏置正交弧线齿面齿轮设计参数
Table 1 Design parameters of the offset orthogonal arc tooth face gear

参数	数值
模数 m/mm	4
圆柱齿轮齿数 N_s	30
压力角 $\alpha_s/(\circ)$	20
圆柱齿轮齿宽 b/mm	100
刀具圆弧半径 R_t/mm	200
面齿轮齿数 N_2	120
偏置距离 E/mm	30
坐标系距离 L_0/mm	230

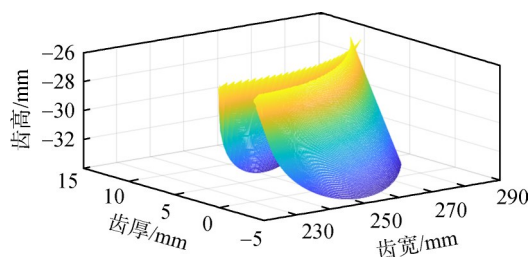


图 5 工作齿面

Fig.5 Working tooth surface

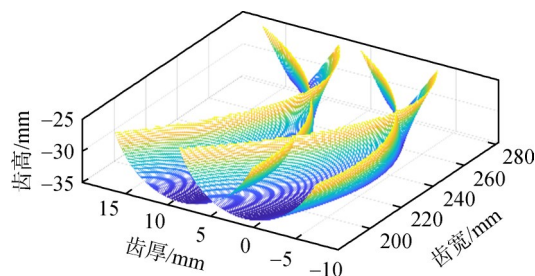


图 6 过渡齿面

Fig.6 Transition surface

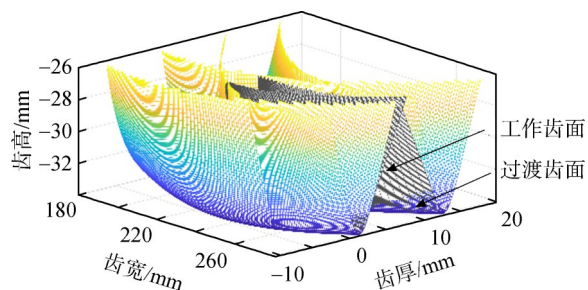


图 7 全齿面

Fig.7 Full tooth surface

编程所得的工作齿面、过渡曲面及全齿面模型。

图 5 中的工作齿面由刀具齿轮包络形成,其齿廓呈圆弧形,由内向外齿厚逐渐变小,直至成为

一个尖点,即顶尖现象。图 6 中的过渡齿面是由刀具齿顶切削而成,其主要作用是从工作齿面平滑地过渡到齿底平面。图 7 为全齿面模型,展示了两种齿面的位置关系,而根切现象发生在工作齿面与过渡齿面相交处。

2 齿根根切

2.1 根切位置计算

齿根根切是一种加工缺陷。随着刀具齿轮与被加工面齿轮的不断啮合,在特定内径范围内,会出现已经加工好的齿面被刀具齿顶再次切除的现象,即为根切现象^[16-18]。根切的出现会导致应力集中,并严重降低面齿轮的啮合性能,因此在设计之初就需要避免。由于弧线齿两齿面不对称,因此需要分别计算两齿面的根切极限点,再取其中的最大半径值即为面齿轮的最小内半径。图 8 中展示了单个齿面的根切极限点,根切极限点是根切现象的结束点,其出现在过渡齿面与工作齿面的交线和齿顶圆柱母线的交界处。

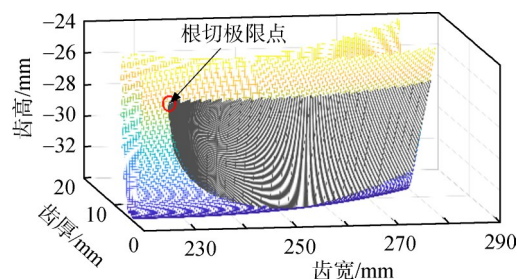


图 8 根切发生位置

Fig.8 Undercutting position

加工过程中,啮合点随刀具齿轮运动速度 v_s , 随面齿轮运行速度 v_2 , 满足关系式 $v_2 = v_s + v^{(s,2)}$ 。根据根切理论,当 $v_2 = 0$ 时,面齿轮齿面会出现根切极限点,此时 $v_s = -v$,从而可得以下关系式:

$$\begin{aligned} v_{sx} &= \frac{dx_s}{dt} = \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial x_s}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -v_x^{(s,2)} \\ v_{sy} &= \frac{dy_s}{dt} = \frac{\partial y_s}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial y_s}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -v_y^{(s,2)} \\ v_{sz} &= \frac{dz_s}{dt} = \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial z_s}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -v_z^{(s,2)} \quad (14) \end{aligned}$$

因为啮合方程 $f(\theta_s, h, \varphi_s) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} = 0$ 对于任意时刻 t 都恒成立,故对其微分有

$$\frac{\partial f}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial f}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} + \frac{\partial f}{\partial \varphi_s} \cdot \frac{d\varphi_s}{dt} = 0 \quad (15)$$

从式(14)中选取任意两个方程与式(15)组成方程组,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial f}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -\frac{\partial f}{\partial \varphi_s} \cdot \frac{d\varphi_s}{dt} \\ \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial x_s}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -v_x^{(s,2)} \\ \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} \cdot \frac{d\theta_s}{dt} + \frac{\partial z_s}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dt} = -v_z^{(s,2)} \end{cases} \quad (16)$$

则该方程组的系数矩阵和增广矩阵分别为 V 、 W , 并有

$$V = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \theta_s} & \frac{\partial f}{\partial h} \\ \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial x_s}{\partial h} \\ \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial z_s}{\partial h} \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \theta_s} & \frac{\partial f}{\partial h} & -\frac{\partial f}{\partial \varphi_s} \cdot \frac{d\varphi_s}{dt} \\ \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial x_s}{\partial h} & -v_x^{(s,2)} \\ \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial z_s}{\partial h} & -v_z^{(s,2)} \end{bmatrix} \quad (17)$$

根据线性代数知识, 方程有解的前提为 $r(V) = r(W)$, 所以矩阵 W 的行列式为零, 即

$$|W| = 0 \quad (18)$$

将式(19)的行列式展开为函数 $G(h, \theta_s, \varphi_s) = 0$, 而面齿轮的根切极限点是由刀具齿轮的齿顶平面切削出的, 故方程组中的 θ_s 需用齿顶角度参数 θ_s^* 代替。再将啮合方程与式(18)联立, 可得方程组

$$\begin{cases} |W| = G(h, \theta_s, \varphi_s) = 0 \\ \varphi_s = \arcsin\left(\frac{K}{\sqrt{I^2 + J^2}}\right) - \phi \\ \theta_s^* = \frac{\sqrt{R_a^2 - R_b^2}}{R_b} \end{cases} \quad (19)$$

根据式(19)可解出参数 h, θ_s, φ_s , 再代入工作齿面方程中, 即可求出两侧齿面根切极限点的位置 $C_1(x_1, y_1, z_1), C_2(x_2, y_2, z_2)$ 。正交面齿轮内半径 R_{in} 计算公式为

$$R_{in} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (20)$$

利用 Matlab 自主编程求解上述方程组, 需要分别对凹凸齿面进行编程计算, 编程中各参数取值表2中的数据(表中 x, y, z 分别表示求得的点在齿宽、齿厚和齿高上的坐标值), 解得两齿面参数如下:

表2 面齿轮根切点的各参数值

Table 2 Parameter values of the tangent points of the face gear

参数	凹齿面	凸齿面
x	227.525 9	228.266 6
y	-2.321 9	2.677 6
z	-28.104 3	-30.138 1
h/mm	-4.049 6	-2.770 2
$\varphi_s/(\circ)$	0.513 6	-0.431 2
R_{in}/mm	227.537 8	228.282 3

根据表中数据, 选取面齿轮最小内半径为 $R_{in, \min} = 228.283 \text{ mm}$ 。

2.2 仿真切齿试验

基于 CATIA 二次开发, 编制刀具齿轮仿真切齿程序来验证计算的准确性。切齿过程如图9所示。将刀具齿轮和面齿轮毛坯按标准中心距安装, 并分别绕着各自的中心轴旋转进行切齿。图10中齿面展现出了明显的根切现象, 在一定内径范围内的齿面被严重破坏。以最小内半径 $R_{in, \min} = 228.283 \text{ mm}$ 切除遭破坏的齿坯, 如图11所示, 观察所剩余的齿坯, 其剖面图呈现为完整的渐开线齿形(由于计算机硬件性能的限制, 仿真结果无法还原出完全光滑的齿形, 该试验步长设置为 0.4°), 可以判断根切部分已被切除, 证明该计算结果较为准确。

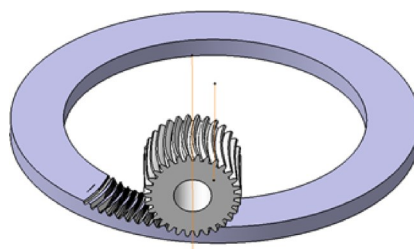


图9 仿真切齿

Fig.9 Simulation of gear cutting

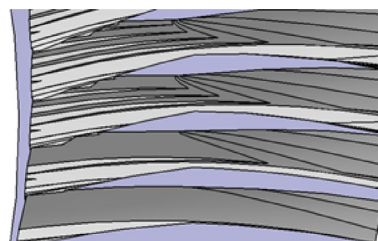


图10 根切现象

Fig.10 Undercutting phenomenon

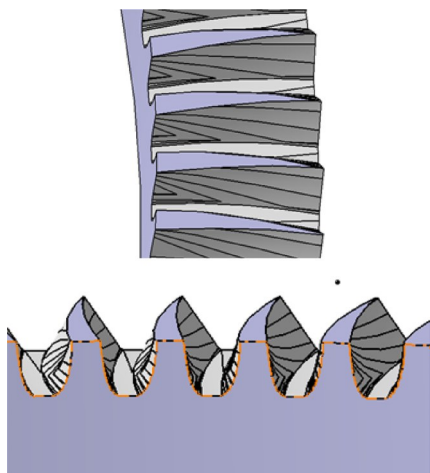


图 11 根切位置的切除

Fig.11 Elimination of undercutting position

2.3 根切内径影响因素

为了探究影响面齿轮内半径的因素,本文从面齿轮及圆柱齿轮的齿面方程中,选取坐标系距离 L_0 、刀具圆弧半径 R_1 、模数 m 三个参数,分别取不同偏置距离 E 来计算齿轮最小内半径,求得三组数据对内半径的影响如图 12~图 14。

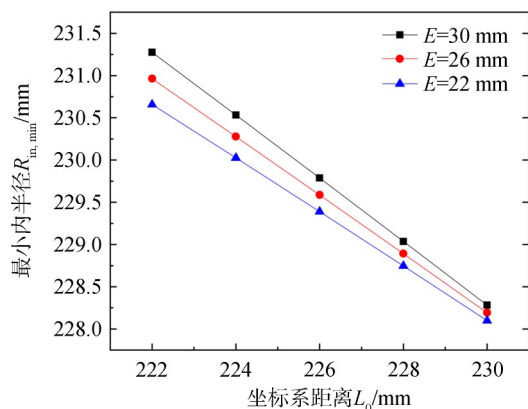


图 12 坐标系距离对最小内半径的影响

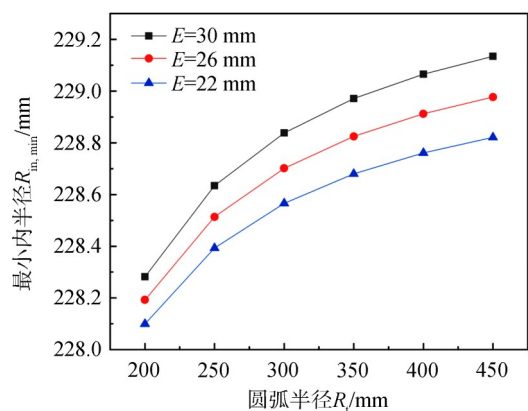
Fig.12 Influence of L_0 on $R_{in,min}$ 

图 13 圆弧半径对最小内半径的影响

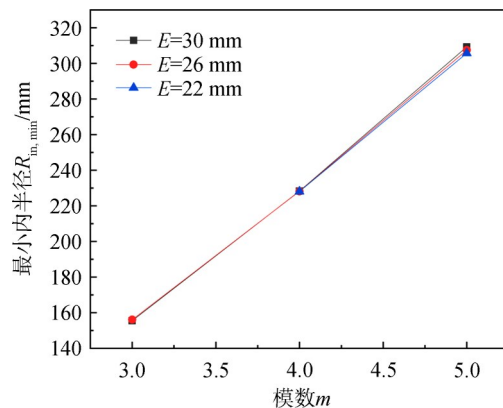
Fig.13 Influence of R_1 on $R_{in,min}$ 

图 14 模数对最小内半径的影响

Fig.14 Influence of m on $R_{in,min}$

图 12~图 14 中曲线表明:当偏置距离相同时,最小内半径与坐标系距离呈负相关,但与刀具圆弧半径呈正相关,而这两个参数对最小内半径的影响都较小。模数对最小内半径有极大的影响,模数越大,最小内半径越大。

3 顶尖位置的计算

弧线齿面齿轮齿面具有不对称性,随着半径的增大,两齿面会在齿顶处交于一点,即为顶尖。在两个齿面上表示该点的三维坐标都相等,故有方程组

$$\begin{cases} x_{21}(\theta_{s1}, h_1, \varphi_{s1}) = x_{22}(\theta_{s2}, h_2, \varphi_{s2}) \\ y_{21}(\theta_{s1}, h_1, \varphi_{s1}) = y_{22}(\theta_{s2}, h_2, \varphi_{s2}) \\ z_{21}(\theta_{s1}, h_1, \varphi_{s1}) = z_{22}(\theta_{s2}, h_2, \varphi_{s2}) = h_a - R_1 \\ f_1(\theta_{s1}, h_1, \varphi_{s1}) = f_2(\theta_{s2}, h_2, \varphi_{s2}) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

其中 h_a 为圆柱齿轮齿顶高。根据方程组可求得顶尖坐标 (x_{21}, y_{21}, z_{21}) , 而面齿轮最大外半径 $R_{out,max}$ 表达式为

$$R_{out,max} = \sqrt{x_{21}^2 + y_{21}^2} \quad (22)$$

将表 1 中的数据代入式(21)、式(22)可求得最大外半径 $R_{out,max} = 271.8476 \text{ mm}$, 则 h_a 面齿轮最大齿宽 R_{max} 可确定为

$$R_{max} = R_{out,max} - R_{in,min} = 43.5646 \text{ mm} \quad (23)$$

4 结 论

1) 提出了一种偏置面齿轮副形式,推导了面齿轮的齿面方程,在 Matlab 中实现了全齿面的数学建模,对齿轮根切现象做了理论分析和数值计算,并以滚齿仿真验证了计算的准确性。

2) 探究了影响最小内半径的因素,结果表

明:偏置距离与最小内半径呈正相关,但其影响幅度较小。在其他参数不变时,坐标系距离的增大会导致最小内半径的减小,而刀具圆弧半径对其影响则相反。当刀具圆弧半径不断增大时,最小内半径会逐渐增加并趋向于一个极限值。在这些参数中,对最小内半径影响最大的是模数 m ,因此选取适当的模数可以更有效地控制根切的位置。

3) 求解了顶尖坐标和最大外半径,并得出了弧线齿面齿轮的最大齿宽。

参考文献:

- [1] LITVIN F L, FUENTE S A. Gear geometry and applied theory[M]. New York: Cambridge University Press, 2004: 142-167.
- [2] LITVIN F L, LIAN Q, KAPELEVICH A L. A symmetric modified gear drives: reduction of noise, localization of contact, simulation of meshing and stress analysis[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000, 188(1): 363-390.
- [3] 李政民卿, 朱如鹏. 正交面齿轮齿廓的几何设计和根切研究[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2008, 36(2): 78-82. LI Zhengminqing, ZHU Rupeng. Investigation into geometrical design of tooth profile and undercut for orthogonal face gear[J]. Journal of South China University of Technology. (Science and Technology), 2008, 36(2): 78-82. (in Chinese)
- [4] 朱如鹏, 高德平. 在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(11): 1274-1276. ZHU Rupeng, GAO Deping. Study on the method of avoiding dedendum undercutting and addendum pointing in face gear design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11): 1274-1276. (in Chinese)
- [5] 朱如鹏, 潘升材, 高德平. 正交面齿轮传动中齿宽设计的研究[J]. 机械科学与技术, 1999, 18(4): 3-5. ZHU Rupeng, PAN Shengcai, GAO Deping. Study of the design of tooth width of right shaft-angle face-gear drive[J]. Mechanical Science and Technology, 1999, 18(4): 3-5. (in Chinese)
- [6] 魏冰阳, 杨建军, 聂少武. 差曲面拓扑的齿轮啮合刚度计算与承载接触分析[J]. 航空动力学报, 2019, 34(12): 2745-2752. WEI Bingyang, YANG Jianjun, NIE Shaowu. Calculation of gear meshing stiffness and loaded tooth contact analysis based on ease-off surface topology[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(12): 2745-2752. (in Chinese)
- [7] 王峰, 张健, 徐兴. 融合齿背接触机理的圆柱斜齿轮振动特性分析与双面修形优化研究[J]. 振动与冲击, 2018, 37(24): 53-60. WANG Feng, ZHANG Jian, XU Xing. A study on vibration characteristics of a cylindrical spur gear with the contact mechanism of back teeth and optimization of double teeth surfaces modification[J]. Journal of vibration and shock, 2018, 37(24): 53-60. (in Chinese)
- [8] 方宗德. 斜齿轮齿面柔度矩阵与修形的有限元计算[J]. 航空动力学报, 1994, 9(3): 242-244. FANG Zongde. Calculation on flexibility matrix and modification of helical gears by fem[J]. Journal of Aerospace Power, 1994, 9(3): 242-244. (in Chinese)
- [9] 彭先龙, 李爱民, 郭卫. 人字齿面齿轮传动及其几何啮合特性[J]. 机械科学与技术, 2017, 36(7): 1131-1135. PENG Xianlong, LI Aimin, GUO Wei. Face-gear driver with double helical pinion and its meshing performance[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2017, 36(7): 1131-1135. (in Chinese)
- [10] 蔡香伟, 方宗德, 苏进展. 弧线齿面齿轮的几何设计和数控加工[J]. 机械科学与技术, 2012, 31(11): 1781-1785. CAI Xiangwei, FANG Zongde, SU Jinzhan. Geometrical design and manufacture on NC machine for face gear with arcuate tooth[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2012, 31(11): 1781-1785. (in Chinese)
- [11] 付学中, 方宗德, 李建华, 等. 偏置面齿轮的碟形砂轮磨齿及啮合性能[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2016, 44(7): 77-82. FU Xuezhong, FANG Zongde, LI Jianhua, et al. Grinding and meshing performance of offset face gear Modified with Disk wheel[J]. Journal of South China University of Technology. (Science and Technology), 2016, 44(7): 77-82. (in Chinese)
- [12] 徐伟俊, 彭学玉, 李清. 偏置面齿轮齿面方程和仿真[J]. 机械设计与制造, 2013(4): 94-97. XU Weijun, PENG Xueyu, LI Qing. The surface equations and simulation of offset face gear[J]. Machinery Design and Manufacture, 2013(4): 94-97. (in Chinese)
- [13] 李大庆, 邓效忠, 魏冰阳. 偏置斜齿面齿轮几何设计及齿宽特性分析[J]. 机械设计, 2011, 28(9): 59-62. LI Daqing, DENG Xiaozhong, WEI Bingyang. Tooth geometry design and tooth width characteristics analysis of offset helical face-gear[J]. Journal of Machine Design, 2011, 28(9): 59-62. (in Chinese)
- [14] 宋爱平, 易红, 汤文成. 渐开线弧齿圆柱齿轮及其啮合特性[J]. 中国机械工程, 2006, 17(18): 1888-1892. SONG Aiping, YI Hong, TANG Wencheng. Involute arc cylindrical gear and its mesh characteristics[J]. China Mechanical Engineering, 2006, 17(18): 1888-1892. (in Chinese)
- [15] 赵磊, 明兴祖, 王伟. 基于MATLAB的正交面齿轮设计及可视化分析[J]. 湖南工业大学学报, 2014, 28(5): 38-42. ZHAO Lei, MING Xingzu, WANG Wei. Matlab-based orthogonal face-gear design and visualization analysis[J]. Journal of Hunan University of Technology, 2014, 28(5): 38-42. (in Chinese)
- [16] 盛伟, 王利霞, 冯占荣, 等. 弧线齿面齿轮齿面几何设计及径向齿宽特性[J]. 航空动力学报, 2019, 34(4): 796-803. SHENG Wei, WANG Lixia, FENG Zhanrong, et al. Geometrical design of tooth surface and characteristics of radial tooth width for face gear with arc tooth. [J]. Journal of Aero-

- space Power, 2019, 34(4):796-803. (in Chinese)
- [17] 苏进展, 张昆仑, 方宗德. 新型斜线齿面齿轮齿宽的几何设计[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2017, 48(9):2363-2369.
SU Jinzhan, ZHANG Kunlun, FANG Zongde. Geometry design of tooth width for a new type face gear with tilted tooth trace[J]. Journal of Central South University (Science and
- Technology), 2017, 48(9):2363-2369. (in Chinese)
- [18] 崔艳梅, 方宗德, 王丽萍. 弧线齿面齿轮的根切与变尖研究[J]. 机械强度, 2014, 36(4):572-577.
CUI Yanmei, FANG Zongde, WANG Liping. Research on arc tooth face-gear with undercutting and pointing[J]. Journal of Mechanical Strength, 2014, 36(4):572-577. (in Chinese)

(编辑:王碧琚)